دانشکده مهندسی

گروه برق

پایان‌نامه کارشناسی

گرایش: مخابرات

عنوان :

بررسی روابط الکترومغناطیس و معادلات ماکسول از دیدگاه نسبیت خاص

استاد راهنما: **دکتر زلفخانی**

نگارش: **بابک عسکری طاری**

تیر ۸۷

بررسی روابط الکترومغناطیس و معادلات ماکسول از دیدگاه نظریه نسبیت خاص

فهرست مطالب

صفحه

مقدمه- چرا نسبیت خاص؟

- آغاز داستان ۱۰
- ویژگی های مطلوب یک نظریه فیزیک از دیدگاه اینشتین..... ۱۱

فصل اول –بررسی تئوری نسبیت خاص اینشتین

- تبدیلات گالیله ای..... ۲۱
- تبدیلات لورنتز..... ۲۴
- نسبت همزمانی رویداد ها ۲۷
- تاخیر زمانی ۲۸
- انقباض لورنتز ۲۹
- تبدیلات سرعت ۳۰
- تبدیلات اندازه حرکت و انرژی ذره..... ۳۱
- تبدیلات نیرو ۳۶
- تبدیلات لورنتز..... ۳۸
- تعریف $\vec{E}$ و $\vec{B}$ ۴۰

فصل دوم –محاسبه نیروهای الکترومغناطیسی با استفاده از اعمال تبدیلات لورنتز بر روی نیروی کولنی

- نیروی بین دو جریان همرفت موازی از دیدگاه الکترومغناطیس کلاسیک..... ۴۳
- نیروی بین دو جریان بار موازی توسط تئوری نسبیت خاص اینشتین..... ۴۹

فصل سوم –میدان های الکتریکی و مغناطیسی یک بار نقطه ای در حال حرکت با سرعت ثابت

- نیروی بین بارهای در حال حرکت از دید تئوری نسبیت خاص اینشتین ۵۶
- میدان های الکتریکی و مغناطیسی یک بار نقطه ای در حال حرکت از دید تئوری نسبیت خاص..... ۶۴

فصل چهارم –معادلات ماکسول از دیدگاه تئوری نسبیت خاص

- مقدمه..... ۷۲
- معادله $\vec{\nabla}.\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}$ ۷۷
- رابطه بین مشتق زمانی و مکانی میدان الکتریکی یک بار در حال حرکت با سرعت ثابت ۸۶
- معادله $\vec{\nabla}\times\vec{E}=-(\frac{\partial\vec{B}}{\partial t})$ برای بار نقطه ای در حال حرکت با سرعت ثابت..... ۸۸
- معادله $\vec{\nabla}.\vec{B}=$..... ۹۸
- بررسی معادله $\varepsilon_0 c^2\vec{\nabla}\times\vec{B}=\vec{j}+\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$ با استفاده از آنالیز برداری..... ۱۰۲
- میدان مغناطیسی یک بار نقطه ای در حال حرکت با سرعت ثابت بسیار کمتر از سرعت نور..... ۱۰۹
- میدان مغناطیسی یک بار غیر نقطه ای در حال حرکت با طول محدود ۱۱۵

فصل پنجم –الکترومغناطیس نسبیتی

- مقد مه..... ۱۳۱
- تبدیلات $\vec{E}$ و $\vec{B}$..... ۱۳۳

چکیده

یکی از روش های آموزش، برخورد و ورود به مسئله از دیدگاهی به جز روش متعارف است ،ارزش این مسئله خصوصا زمانی روشن می شود که راه های متعارف تحلیل یک مسئله و فرضیه علمی نتواند آن را بطور کامل تشریح نماید.

معادلات ماکسول عموما در طول یک بخش از بخش های دروس الکترومغناطیس ، میدان و موج و آنتن و در زمانی نسبتا طولانی ارائه می شود و در این شیوه تدریس بعضی از مسائل از دیدگاه نادرستی بررسی می شود مانند بحث جریان ، نیرو و میدان و... . با استفاده از تئوری نسبیت خاص اینشتین بعضی از مفاهیم الکترومغناطیس به صورت کاملتری توضیح داده می شود . در این نوشته قصد داریم معادلات ماکسول را با استفاده از قانون کولمب و نسبیت اینشتین مورد بررسی قرار دهیم. این بررسی معادلات ماکسول را اثبات نموده و تفسیر جدیدی از این معادلات بدست می دهد .

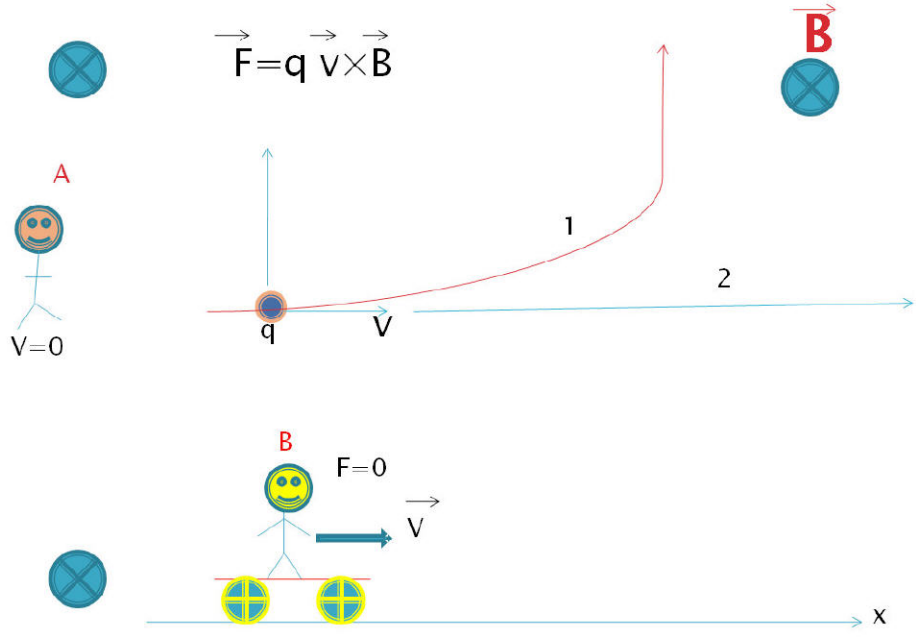
مقدمه نگارنده

این پایان نامه را در جستجوی جواب سوال زیر که برای من در الکترومغناطیس بوجود آمده بود به رشته تحریر درآوردم ، تناقضی که در یک روز قبل از امتحان درس میدان و امواج به ذهنم خطور کرد :

در شکل زیر ناظر A و B دو مسیر متفاوت را برای بار مثبت q را که با سرعت V در حال حرکت از امتداد چپ به راست صفحه (در حضور میدان مغناطیسی $\vec{B}$ به سمت داخل صفحه) با توجه به روابط الکترومغناطیس کلاسیک $\vec{f}_{mag} = q\vec{u} \times \vec{B}$ بدست می آورند ، به نظر شما کدام ناظر درست می گوید:

ناظر A ساکن است و با توجه به میدان مغناطیسی در محل مشاهده می کند نیروی F به بار مثبت در حال حرکت وارد می شود و آن را به سمت بالا محرف می کند و بار مسیری به سمت بالای(مسیر شماره ۱) صفحه را می پیماید .

ناظر B با سرعت مساوی بار حرکت می کند و بار برای این ناظر ساکن است در نتیجه برای این ناظر نیروی $\vec{f}_{mag} = q\vec{u} \times \vec{B}$ برابر صفر است و بار مسیر مستقیم (شماره ۲) را طی می کند .



چرا نسبیت خاص؟

مقدمه 8

آغاز داستان ...

از سپیده دم تاریخ تاکنون ذهن کنجکاو بشردر تلاش برای خواندن کتاب طبیعت و حل اسرار و رازهای نهفته در آن بوده است .اما این داستان اسرار آمیز بزرگ هنوز حل نشده است.حتی نمی توان مطمئن بود که راز آن در آخر کار نیز گشودنی باشد .تاکنون بسیاری از طبیعت آموخته ایم با اصول و زبان آن آشنا شده ایم و توانسته ایم بسیاری ازاشارات آنرا نیز بفهمیم .ولی با این همه می دانیم که علی رغم تمام تلاشهای انجام شده هنوز از جواب کامل ،بر فرض آنکه چنین جوابی وجود داشته باشد بسیار دوریم .در هرمرحله سعی ما این بوده است که توضیحی سازگار با تمام پدیده ها و نظریه هایی که قبلا کشف شده اند ،پیدا کنیم.نظریه هایی که به تجربه پذیرفته شده اند بسیاری از حقایق را توضیح داده است اما هنوزهم یک جواب درست و کلی برای توجیه تمام پدیده های طبیعت بدست نیامده است .نظریات محکم و بسیار قدرتمندی که قرنها بر جهان تسلط داشته اند با پیدایش نظریات جدید ازهم فرو پاشیده و جای خود را به آنها داده اند.این امر روال تکامل علم بشر است و هیچ دلیلی جود ندارد که قویترین و محکم ترین نظریاتی که درحال حاضر مورد قبول بشریت است در سالها و قرنهای آینده به فراموشی و بایگانی تاریخ سپرده نشود .

کوششهایی که برای خواندن کتاب کهن طبیعت و این داستان اسرارآمیز بزرگ انجام شده است در مشرق زمین به اندازه فکر بشر قدمت دارد .مع ذلک فقط سیصد و اندی سال است که دانشمندان غربی خواندن خط این کتاب را شروع کرده اند.از آن زمان یعنی از زمان گالیله و نیوتن به این طرف ،قرائت داستان به سرعت پیش رفته است .شیوه های تحقیق و روشهای منظم جستجو و تعقیب نشانه ها تکامل یافته است. بسیاری از معماهای طبیعت کشف شده اند ،گو اینکه بسیاری از راه حلها در پرتو تحقیقات و کشفیات بعدی موقتی وسطحی بوده اند .در قرون جدید نیز بسیاری از دانشمندان و متفکران تلاش خود را مصروف این امر کرده اند .

اما بدون شک ،بزرگترین شخص در این زمینه در قرون اخیر که اخیرا طی یک نظرخواهی به عنوان بزرگترین فیزیکدان تاریخ بشریت نیز شناخته شده است ،آلبرت اینشتین است ،این امر نه فقط به عنوان دو نظریه مشهور او بلکه بیشتر به دلیل معیار ها و بینش یکتا نگری و وحدت جویی بود که او در تحقیقاتش دنبال می کرد .اینشتین معتقد بود که شناخت جهان طبیعت ممکن است ،و این امر را یک معجزه ویک سر جاودانی می دانست .به عقیده او راز ابدی جهان، قابل درک بودن آن است .وی در این باره می گوید:

شما این را شگفت انگیز می دانید که من قابل درک بودن جهان را یک امر شگفت انگیزو یک راز ابدی تلقی می کنم. در مرحله ما قبل تجربه ،ما انتظار داریم که با یک جهان بی نظم ،که اصلا به وسیله فکر قابل درک نباشد ،سروکار داشته باشیم. باید انتظار داشت که جهان آنجا نظم داشته باشد که ما به آن نظم می دهیم .این از نوع نظمی است که الفبای هر زبان دارد .اما برعکس ،نظمی که عملا از نظریه ثقل نیوتنی نا شی می شود سرشتی کاملا متفاو ت دارد .اگرچه اصول این نظریه به وسیله انسان ارائه شده است ،اما توفیق چنین سیستمی مستلزم درک بالایی از نظم در جهان عینی است که ما در ابتدا انتظار آنرا نداریم .در اینجاست که اعجابی پیدا می کنیم که با افزایش دانشمان مرتبا فزونی می یابد.

همچنین او معتقد بود که طبیعت ،تحقق ساده ترین اندیشه های ریاضی قابل تصور است .او می گوید:

بسیاری از پیشینیان فکر می کردند که دانش ما درباره طبیعت صرفا زاییده تجربیات حسی است .آنها برای قدرت خلاقه ذهن انسان نقشی قائل نبودند . نیوتن فکر می کرد که مفاهیم اساسی مثل جرم و شتاب و نیرو و قوانین مکانیک نیوتنی را می توان از تجربه استنتاج کرد. با این وجود موفقیت مکانیک نیوتنی در توجیه طبیعت همه را از تشخیص هویت ذهنی مبانی این دستگاه غافل کرد .در قرن نوزدهم نظر اکثر فیزیکدانها این بود که تمام اطلاعات فیزیکی صرفا نتیجه تجارب حسی است .نادرستی این عقیده پس از عرض شدن نظریه نسبیت عام آشکار شد ،زیرا معلوم شد که این نظریه می تواند حقایق تجربی بیشتری را به نحو رضایت بخش تری توضیح دهد . بنابراین نظریه ای که می گوید اصول و قوانین علوم نظری از تجربه استنتاج می شود درست نیست .البته تجربه می تواند در گزینش مفاهیم موثر باشد ،اما مسلما مفاهیم فیزیکی را نمی توان از آن استنتاج کرد .اصولا فیزیک نظری زاییده فعالیتهای آزاد مغز انسان است .این مغز انسان است که فرضیه می سازد و نظریه ارائه می دهد .منتهی باید دنبال نظریاتی رفت که نتایج حاصل از تجارب حسی را توجیه کند ،زیرا مطابقت با تجربه شرط لازم برای صحت هر نظریه است.

ویژگی های مطلوب یک نظریه فیزیک از دیدگاه اینشتین :

سادگی و زیبایی:

یک بار اینشتین ضمن صحبتی که در دانشگاه پرینستون ایراد کرد ،گفت قوانین فیزیکی باید ساده باشند.یکی از حضار پرسید اگر ساده نباشند چه می شود؟ اینشتین جواب داد :

در این صورت من به آن علاقه ای نخواهم داشت .اینشتین عقیده داشت که زیبایی شالوده های ریاضی یک نظریه مهمتر از سازگاری نتایج آن با تجربه است .اما در اینجا این سوال مطرح می شود که منظور از زیبایی چیست؟ به نظر می آید که منظور اینشتین از زیبایی یک نظریه ،ساده بودن مبانی منطقی (یعنی کم بودن تعداد مفاهیم بنیادی و روابط میان آنها) و کلی بودن آن است و چون ریاضیات ،زبان بیان قوانین فیزیکی است باید مبانی نظریه واجد سادگی ریاضیات توام با کلیت باشد .سادگی ،تناسب اجزاء، نظم و ترتیب ، تقارن و... مشخصاتی است که اینشتین روی آنها تاکید داشته است .او در اولین مقاله ای که در سال ۱۹۰۵ درباره نسبیت خاص نوشت متذکر شد:

الکترودینامیک ماکسول آنطور که عموما در زمان حاضر آنرا می فهمیم در مورد اجسام متحرک به نتایجی غیر متقارن منتهی می شود و این چیزی است که به نظر نمی رسد در پدیده ها موجود باشد.

این صحبت اشاره به کوواریانت نبودن معادلات ماکسول تحت تبدیلات نسبیت گالیله ای دارد و در موردی دیگر متذکر شد:

تمام کوششها مبتنی بر این اعتقاد است که هستی ، ساختاری کاملا هماهنگ دارد.

هانس اینشتین (فرزند اینشتین که استاد هیدرولیک در دانشکاه برکلی بود) می گوید که ستایش پدرش از یک نظریه یا یک اثر خوب ،بر مبنای صحت و یا دقت آن نبود ،بلکله بر مبنای زیبایی آن بود .

وحدت و جهان شمولی :

اینشتین عقیده داشت که علم باید قوانینی جهانشمول که حاوی کمترین تعداد ممکن مفاهیم و روابط باشد بدست دهد .قوانینی که به کمک آنها بتوان تصویری از تمام پدیده ای طبیعی بدست آورد :

هدف علم از یکسو درک هرچه کاملتر ارتباط میان تمامی تجربیات حسی است ،از سوی دیگر تحقق این هدف است که با استفاده از کمترین شمار مفاهیم و روبط اولیه و به منظور تحقق وحدت منطقی تصویر جهان.... بدین ترتیب این رشته ادامه می یابد تا به دستگاهی می رسیم که بیشترین وحدت قابل تصور را همراه با کمترین شعار مفاهیم و شالوده های منطقی داراست ،در عین حال با مشاهداتی که به وسیله حواس ما صورت می گیرد سازگار است.

یکی از چیزهایی که اینشتین از همان ابتدای کارهای نظری خود به آن توجه بخصوص داشت ،جهانشمولی قوانین طبیعی بود .انتقاد او به اغلب گذشتگان نیز این بود که آنها سعی داشته اند با فرضهای مستقل،بخش های متفاو تی از حقایق عالم را توضیح دهند .اما او خود دنبال قوانینی بود که جهانشمول باشند ،برای رسیدن به چنین هدفی ،در دو بعد کار کرد: یکی استفاده از مفهوم کوواریا نس (هموردایی) ،یعنی یکسان بودن شکل قوانین فیزیک برای همه ناظران ،و دیگر وحدت همه بخشهای فیزیک .اینشتین از اینکه می دید قوانین الکترودینامیک ماکسول تحت تبدیلات گالیله ،برای ناظران واقع در دستگاه های مختصات مختلف شکل های متفاوتی دارند ناراضی بود و دنبال تبدیلاتی می گشت که این اشکال را برطرف کند .او بعد از اتمام کارش بر روی نظریه نسبیت خاص نیز با این که همه آزمایش های موجود آن را تایید می کرد و همه از آن راضی بودند ،از امتیاز خاصی که به حرکت یکنواخت داده شده بود رضایت نداشت و لذا دنبال نسبیت عام رفت تا قوانینی را بدست آورد که در همه دستگاه های مختصات به یک شکل باشند .

مسئله دیگری که اینشتین را رنج می داد ،عدم انسجام میان بعضی از بخشهای مهم فیزیک بود .او بعد از پایان کارش روی نسبیت عام می دید که باز در فیزیک دو قلمرو کاملا مستقل وجود دارد: یکی حوزه ثقل،

دیگری حوزه الکترومغناطیس و این موضوع با توجه به ارتباطی که او بین اجزاء طبیعت می دید برایش قابل هضم نبود ،و لذا دنبال نظریه ای عام تر رفت که هر دو میدان مزبور را در بر داشته باشد:

برای سالها،بزرگترین آرزوی من این بوده است که دوگانگی قوانین طبیعت را به یگانگی تبدیل کنم این دوگانگی ناشی از این حقیقت است که فیزیکدانان تاکنون مجبور شده اند دو دسته قانون قبول کنند :آنهایی که ثقل را تنظیم می کنند و آنهایی که پدیده های الکتریسیته و مغناطیس را کنترل می کنند ،بسیاری از فیزیکدانان پیشنهاد کرده اند که این دو دسته قانون باید مبتنی بر یک قانون عام باشند ،اما نه تجربه تاکنون موفق به فرمول بندی این قانون شده است و نه نظریه.... هدف من این است که این ساده کردن را فزونی بخشم و خصوصا توضیح میدان ثقل و الکترومغناطیسی را به یک فرمول تقلیل دهم .به این علت من آن را کوششی در جهت تدوین یک نظریه میدان وحدت یافته می نامم.

یکی از مسائل اساسی که در نتیجه پیچیدگی هزاران سال در تاریکی کامل مانده بود ،مسئله حرکت است .تمام حرکاتی که ما در طبیعت مشاهده می کنیم از پرتاب یک سنگ گرفته تا حرکت امواج الکترومغناطیس در واقع بسیار پیچیده هستند .نخستین تلاشهای جدی برای حل معمای حرکت توسط گالیله و بصورت کلی تر توسط نیوتن انجام شد .

تلاشهایی که منجر به تدوین قوانین سه گانه مکانیک نیوتنی با استفاده از تبدیلات گالیله شد .نکته جالبی در این میان وجود دارد و آن اینست که مبدع نظریه نسبیت در واقع اینشتین و یا لورنتز نیستند بلکه تئوری نسبیت به قرنها پیش و به زمان نیوتن باز می گردد اولین بار مفهوم نسبیت در غرب توسط نیوتن مطرح شد و او اظهار داشت که قوانین مکانیک نسبی بوده و در تمامی فریم های لخت یکسان هستند و تبدیلات مرتبط کننده آنها به هم در فریم های لخت مختلف نیز تبدیلات گالیله ای هستند .مفهوم نسبی بودن قوانین مکانیک نیز اینست که یک مبداء مختصات مطلق نمی توان یافت و تمام فریم های لخت مانند یکدیگر هستند .در واقع نیوتن ،یک دستگاه مکانیک نسبیتی کواریانت را بر اساس تبدیلات گالیله بنیان نهاد.

تا اواخر قرن نوزدهم و اوایلی قرن بیستم که علم الکترومغناطیس چندان پیشرفت نکرده بود ،از آنجایی که سرعت ها هنوز قابل مقایسه با سرعت نور نبودند قوانین مکانیک نیوتنی و تبدیلات گالیله و در واقع نسبیت نیوتنی قادر به توجیه مبحث حرکت بودند .اما از این زمان به بعد ،همزمان با قوت گرفتن علم الکترومغناطیس ،حرکت در سرعت های بسیار بالا و قابل مقایسه با سرعت نور مسائلی در حرکت پیش آمد که توجیه آنها با نسبیت نیوتنی میسر نبود .در اینجا به ذکر چند مورد از این اختلافات که منجر به طرح نظریه نسبیت اینشتین شد می پردازیم :

دو ذره با بار مساوی q و فاصله r را در نظر بگیرید که با سرعت $\overrightarrow{u}$ حرکت می کنند.دو فریم لخت $\sum$ و $\sum'$ را در نظر بگیرید .فرض کنید که فریم $\sum$ ثابت بوده و این دو بار در واقع نسبت به این فریم با سرعت

$\overrightarrow{u}$ حرکت کنند.همچنین فرض کنید که فریم $\sum'$ با سرعت $\overrightarrow{u}$ در حال حرکت باشد و در واقع این دو بار در این فریم در حال سکون باشند .دو بار در فریم $\sum$ در حال حرکت بوده بنابراین یک میدان الکتریکی و یک میدان مغناطیسی در اطراف خود ایجاد کرده و بنابراین یک نیروی مغناطیسی و یک نیروی الکتریکی به هم وارد می کنند .اما وضع در فریم $\sum'$ متفاوت است .در این فریم دو بار در حال سکون بوده و بنابراین هیچگونه میدان مغناطیسی و در نتیجه نیروی مغناطیسی به هم وارد نمی کنند .اما این موضوع با اصل نسبیت قوانین فیزیک همخوانی ندارد .به عبارت دیگر میدان مغناطیسی و نیروی مغناطیسی نمی تواند در یک نقطه هم وجود داشته باشد و هم وجود نداشته باشد .

این موضوع منجر به انقراض بحث نیروی مغناطیسی و نیروی الکتریکی شد .این موضوع به صورت کاملتر در ادامه بررسی خواهد شد.

این مثال را به طریقه ساده تری نیز می توان بیان نمود:

دو ذره با بار مساوی q و فاصله r را در نظر بگیرید .اگر این دو بار با سرعت یکسان $\overrightarrow{u}$ نسبت به شخص ناظر حرکت نمایند ،یک نیروی مغناطیسی به هم وارد می کنند .حال فرض کنید که دوبار ثابت باشند و شخص ناظر با سرعت $\overrightarrow{u}$ در خلاف جهت شروع به حرکت نماید .از آنجایی که حرکت (هم بر اساس نسبیت نیوتن و هم بر اساس نسبیت اینشتین) نسبی است بنابراین در این حالت نیز نسبت به حالت اول نباید تغییری ایجاد شود و در این حالت نیز دو بار باید به هم نیروی مغناطیسی وارد نمایند .اما آیا اینطور است؟مسئله دوم مسئله کواریانت نبودن معادلات ماکسول است .معادلات ماکسول با استناد به دلایل و براهین تجربی ،به عنوان معادلات اساسی که قوانین الکترومغناطیس را توجیه می کنند پذیرفته شده است .اما مشکل اینجاست که این معادلات تحت تبدیلات گالیله کواریانت نیستند ،کواریانت بودن شرط اصلی پذیرش یک دستگاه تبدیلات نسبیتی است .در واقع اینشتین با فرض صحیح بودن معادلات ماکسول ،رای به نادرست بودن نسبیت نیوتنی داد که از تبدیلات گالیله ای استفاده می کند .بنابراین او به دنبال دستگاه نسبیتی گشت که قوانین الکترومغناطیس در آن کواریانت باشند .در واقع اینشتین در ابتدا به مکانیک کاری نداشت و فقط در پی توجیه قوانین الکترومغناطیس بود .اما پیشنهاد او حوزه مکانیک را نیز دگرگون ساخت و ایراد قوانین مکانیک نیوتنی مبتنی بر تبدیلات گالیله ای را روشن ساخت .با اینکه اینشتین از اصل ثابت بودن سرعت نور و کواریانت بودن معادلات ماکسول یعنی اصل نسبیت شروع کرده و به تئوری نسبیت خاص رسید اما بر خلاف روال تاریخی ،با فرض پذیرش تبدیلات لورنتزو اصل ثابت بودن سرعت نور ،معادلات ماکسول قابل اثبات است .همچنین با فرض درست بودن معادلات ماکسول ،اصل نسبیت ،ثابت بودن سرعت نور قابل حصول است .

دانشجویان محترم:

جهت دسترسی به متن کامل پایان نامه‌ها به کتابخانه دانشکده مهندسی و یا آزمایشگاه پروژه گروه برق مراجعه فرمایید.

منابع و مآخذ :

تحلیلی از دیدگاه فلسفی فیزیکدانان معاصر (دکتر گلشنی و جعفری)

تکامل فیزیک (آلبرت اینشتین-لئوپولد اینفلد)

نسبیت و مفهوم نسبیت (اینشتین)

آشنایی با نظریه نسبیت خاص (رابرت رزنیک)

نسبیت خاص و عام (ولفگانگ ریندلر)

[1].Classical electromagnetism via relativity: an alternative approach to Maxwell's equations (W. G. V. Rosser)

[2]. Relativity for Scientists and Engineers (skinner)

[3]. Relativity and Common Sense(Herman Band)

[4]. Electromagnetic Fields and Interactions (Richard Becker)

[5]. Electromagnetic Waves and Radiation Systems (Jordan E . C)